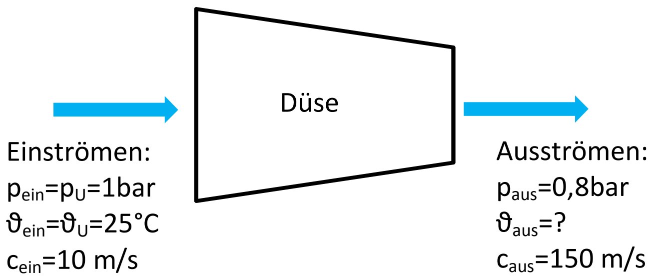
Durch eine wärmeisolierte, waagrecht liegende Düse strömt Luft stationär. Die Luft strömt in die Düse bei Umgebungszustand (p_U=1bar, ϑ_U=25°C) mit einer Geschwindigkeit von 10 m/s ein. An dem anderen Ende strömt die Luft bei einem Druck von 0,8 bar mit der Geschwindigkeit von 150 m/s aus.

1) Bestimmen Sie das Verhältnis der beiden Querschnitte A_{aus}/A_{ein}.
2) Entscheiden Sie rechnerisch, ob es um reversiblen Prozess geht.

Die Luft soll als perfektes Gas mit c_p=1 J/K·g und R=0,29 J/K·g angenommen werden.

Lösung:

1)



Die allgemeine Gleichung zum 1.Hauptsatz:

$$\sum_i \dot{Q}_i + \sum_j \dot{W}_j + \sum_k \dot{m}_k \cdot \left(h + \frac{c^2}{2} + g \cdot z\right)_k = \frac{d}{d\tau}\left(\sum_l m_l \cdot \left(\bar{u} + \bar{e}_{kin} + \bar{e}_{pot}\right)_l\right)$$

Stationär → d/dτ=0

Adiabatisch → ΣQ=0

Keine Arbeit → ΣW=0

Waagrecht liegend → Keine Änderung der potentiellen Energie → Δ(g·z)=0 und Δ(e_{pot})=0

Dann bekommen wir die vereinfachte Gleichung:

$$h_{ein} + \frac{c_{ein}^2}{2} = h_{aus} + \frac{c_{aus}^2}{2}$$

wobei $h_{ein}=c_p \cdot T_{ein}=c_p \cdot T_U$ und $h_{aus}=c_p \cdot T_{aus}$

Deswegen ist die Temperatur des ausströmenden Gases:

$$T_{aus} = T_{ein} + \frac{c_{ein}^2 - c_{aus}^2}{2 \cdot c_p} = (25 + 273{,}15)K + \frac{(10m/s)^2 - (150m/s)^2}{2 \cdot 1000\,J/K \cdot kg} = 286{,}95K$$

Um A_{aus}/A_{ein} zu bestimmen, brauchen wir zusätzlich den Massenerhaltungssatz und Zustandsgleichung für ideales Gas:

$$\dot{m}_{ein} = \dot{m}_{aus} \Longrightarrow \rho_{ein} \cdot c_{ein} \cdot A_{ein} = \rho_{aus} \cdot c_{aus} \cdot A_{aus}$$

$$\frac{p_{ein}}{\rho_{ein}} = R \cdot T_{ein} \quad und \quad \frac{p_{aus}}{\rho_{aus}} = R \cdot T_{aus}$$

$$\Longrightarrow \frac{A_{ein}}{A_{aus}} = \left(\frac{p_{aus}}{p_{ein}}\right) \cdot \left(\frac{T_{ein}}{T_{aus}}\right) \cdot \left(\frac{c_{aus}}{c_{ein}}\right) = \left(\frac{0{,}8bar}{1\ bar}\right) \cdot \left(\frac{298{,}15K}{286{,}95K}\right) \cdot \left(\frac{150m/s}{10m/s}\right) = 12{,}47$$

2) Wir berechnen die Entropieänderung während des Prozesses:

$$\begin{aligned}\Delta s &= c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{aus}}{T_{ein}}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_{aus}}{p_{ein}}\right) \\ &= 1J/K \cdot g \cdot \ln\left(\frac{286{,}95K}{298{,}15K}\right) - 0{,}29J/K \cdot g \cdot \ln\left(\frac{0{,}8bar}{1\ bar}\right) = 0{,}026J/K \cdot g > 0\end{aligned}$$

Deswegen ist der Prozess irreversibel. Δs>0 zeigt auch, dass es um eine Düse geht.